

聚焦课改热点

荟萃教海精华

展示名师成果

探究创新教法

中学教学参考

REFERENCE FOR
MIDDLE SCHOOL
TEACHING

ZHONGXUE JIAOXUE CANKAO

- ◆ 中国知网《中国学术期刊(光盘版)》全文收录
- ◆ 维普网(中国科技期刊数据库)全文收录
- ◆ “万方数据——数字化期刊群”入网期刊
- ◆ 中国核心期刊(遴选)数据库全文收录
- ◆ 龙源期刊网全文收录
- ◆ 博看网全文收录
- ◆ 人大复印资料全文转载选录期刊

ISSN 1674-6058



9 771674 605198



绿色印刷产品

邮发代号 48-13



2019年11月

中学教学参考

中国知网全文收录

2019年11月(年第32期)

总第392期

11月11日出版



本刊唯一官方网站

www.zxjckgw.com

目 录

主管单位 广西教育学院
主办单位 广西教育学院
出版单位 广西现代教育杂志社
(原广西教育学院杂志社)

社长、总编 黎海英
副社长 邓国勋 戴 勇
主 编 邓国勋
副主编 黄春香
责任编辑 易志毅 黄桂坚 罗 艳
黄春香 黄 晓 周侯辰
袁 妮 农越华 张晓辉
朱贤平 朱 琰

美术编辑 庞志丹
通信地址 广西南宁市建政路37号
(广西教育学院内)

邮 编 530023
传 真 0771-5842385 (购刊部)
电 话 0771-5860313 (编辑部)
0771-5860323 (编辑部)

电子信箱 zxjcklk@163.com
印 刷 广西壮族自治区地质印刷厂
订 阅 全国各地邮政局(所)
发行范围 国内外公开发
发 行 广西区邮政书报刊发行局
邮发代号 48-13

中国标准连续出版物号
ISSN 1674-6058
CN 45-1372/G4
广告经营许可证号 450102226
定价 13.00元

数 学

教学研究

- 函数概念教学研究 顾思敏 廖运章(1)
核心素养视角下的数学深度学习研究
——以《棱柱、棱锥和棱台》教学为例 陈 乐(3)
活动中探究 探究中思考
——《平行线》复习课 钱 英 蒋晓凤(5)
2019年全国统一考试大纲说明中的例题教学及思考 卢会玉(7)
注重解题反思 培养思维能力 杜盛伙(8)
基于数学核心素养的函数值域教学 马瑞宁(10)

课程改革

- 重视课堂生成 构建有生命力的课堂 李长江(12)
数学课堂引入网络资源探究 吴 健(14)

解题研究

- 离心率问题破解方法探讨 徐建新(15)
函数“零点”问题解法探讨 周卫东(18)
利用函数零点解不等式恒成立问题 薛振鸿(19)
不等式中隐藏的数列证明问题 苏灿强(21)
一元二次方程根的判别式应用研究 吴文芳(22)
三角恒等变换试题优解 李香兰(24)

考试研究

- 对一道概率统计题命制过程的思考 陈万寿 龙 宇(25)
从一道高考试题引发的思考 李 良(27)



注重解题反思 培养思维能力

福建宁化县第一中学(365400) 杜盛伙

[摘要] 数学教学中,教师要注重培养学生的解题反思习惯,解题反思可反思是否有一般性结论、反思一题多解、反思解题特殊性,让学生养成解题反思的习惯,掌握解题反思的方法,不仅可以培养学生的思维能力,还可以让学生探究知识间的联系,高解题能力。

[关键词] 思维能力;反思;解题

[中图分类号] G633.6 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1674-6058(2019)32-0008-02

在数学教学中,教师常发现有的学生虽然做了大量的练习,但数学成绩并不理想,学生感到很苦恼,教师感到很无奈.要改变这种现状,教师就要注重培养学生的解题反思习惯,让学生学会解题反思的方法.

一、反思是否有一般性结论,培养归纳总结和探究的能力

在练习中,若多次遇到同一类型的题目,教师在讲评时不能单一讲就完事了,而要及时引导学生反思,对问题蕴含的知识、方法和思想进行深入的探究,得到一般性结论,培养学生归纳总结和探究的能力.

[例1] 已知抛物线 $x^2 = 8y$, 过 $P(b, 4)$ 作该抛物线的切线 PA, PB , 切点为 A, B , 若直线 AB 恒过定点, 则该定点为().

A. (4, 0) B. (3, 2) C. (0, -4) D. (4, 1)

[例2] 过抛物线 $x^2 = 2py (p > 0)$ 上两点 A, B 分别作抛物线的切线, 若两切线垂直且交于点 $P(1, -2)$, 则直线 AB 的方程为().

A. $y = \frac{1}{2}x + 2$ B. $y = \frac{1}{4}x + 2$

C. $y = \frac{1}{2}x + 3$ D. $y = \frac{1}{4}x + 3$

以上两例题背景相同,有一定的难度.教师在讲例时,不能就题论题,而要引导学生反思:直线 AB 所过定点是否和 P 点的坐标有关? 是否还有其他的结论在课堂上引导学生做如下探究.

已知抛物线 $x^2 = 2py (p > 0)$, 过 $P(a, b)$ 作该抛物线的切线 PA, PB , 切点为 A, B , 求直线 AB 的方程.

解: 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), y' = \frac{1}{p}x$.

直线 PA 的方程为 $y - y_1 = \frac{1}{p}x_1(x - x_1)$, 即 y

$= \frac{1}{p}x_1x - \frac{1}{p}x_1^2 + y_1$.

又因为 $y_1 = \frac{1}{2p}x_1^2$, 故有 $y = \frac{1}{p}x_1x - y_1$.

同理, 直线 PB 的方程为 $y = \frac{1}{p}x_2x - y_2$.

又因为直线 PA, PB 过 $P(a, b)$, 故有 $b = \frac{a}{p}x_1 - y_1$

会展现不同于别人的想法,他们总是能够举一反三,合理地进行知识迁移.

这节课进行到这里,我已经非常满意了,但是为了让学生能从这道题中体会更多解析几何的思维方法,我又再次提问学生还有没有不同的见解,这时丁同学慢慢地举起了手,有些不好意思地说:“我的方法不太好,但是也能做出来.”为了鼓励他,激起他学习数学的热情,我当众分享了他的做法.比较巧合的是他的方法和考试大纲说明上给出的思路2如出一辙.

由题设可知 $F(2, 0)$, 设 $P(-2, y), Q(\frac{y_2^2}{8}, y_2)$. 由

$\overline{FP} = 4\overline{FQ}$ 可得 $-4 = 4(\frac{y_2^2}{8} - 2)$, 则 $y_2 = 2\sqrt{2}$ 或 $y_2 = -2\sqrt{2}$, 故 $Q(1, 2\sqrt{2})$ 或 $Q(1, -2\sqrt{2})$, 可知 $|QF| = 3$.

其实利用向量的坐标解决问题不失为一个好方法.向量常常用来将几何问题代数化,让解题更加直观明

了,是非常值得肯定的办法.

在这一节课中,甲、丙两个同学的解题过程充分展示了核心素养中的直观想象.乙同学让我们看到逻辑推理和数学运算这两个核心素养无处不在.丁同学以焦 F 为坐标原点建立极坐标系,将问题进行了简化,这是一个重新进行抽象的过程,也是逻辑思维能力的集中体现.作为教师,要抓住每一个课堂,每一道练习题,每一道例题,让学生通过数学学习,会用数学的眼光观察世界,会用数学的思维思考世界,会用数学的语言表达世界.

[参考文献]

- [1] 教育部考试中心. 2019年普通高等学校招生全国统一考试大纲的说明[M]. 北京: 高等教育出版社, 2018.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2018.

(责任编辑 黄桂坚)



$$b = \frac{a}{p}x_2 - y_2$$

所以直线AB的方程为 $y = \frac{a}{p}x - b$, 故直线AB过定点 $(0, -b)$.

继续引导学生探究, 由 $\begin{cases} y = \frac{a}{p}x - b, \\ x^2 = 2py, \end{cases}$ 得 $x^2 - 2ax +$

$2pb = 0$, 故有 $x_1 + x_2 = 2a$, $\frac{x_1 + x_2}{2} = a$. AB的中点的横坐标为a, 即AB的中点和点P(a, b)的连线会平行y轴或与y轴重合.

巩固练习: 已知抛物线 $C: x^2 = 8y$, 过点 $M(0, t)$ ($t < 0$) 作抛物线的两条切线, 切点为A, B, 若直线AB恰好过抛物线的焦点, 则 $\triangle MAB$ 的面积为().

- A. 2 B. 3 C. 6 D. 16

通过上面的探究, 学生完成巩固练习的速度和正确率大大提高. 通过反思, 探究规律, 寻找共性, 指导学生去解决类似问题, 问题便会迎刃而解.

二、反思一题多解, 培养思维的开放性

在听课的过程中, 我常发现一些教师为完成教学任务, 对学生提出的不同的解题思路会一笔带过, 甚至置之不理. 这是不负责任的. 一名好的教师, 会有意识地引导学生反思能否从不同角度、不同层次、应用不同方法解决同一问题, 以达到“异曲同工”之妙. 这种反思可以让学生对所学知识融会贯通, 运用起来得心应手.

[例3] (2017年全国I卷数学第17题) $\triangle ABC$ 的内角A, B, C的对边分别为a, b, c, 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{a^2}{3\sin A}$.

(1) 求 $\sin B \sin C$;

(2) 若 $6 \cos B \cos C = 1$, $a=3$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

本题只引导学生对第(1)小题的解法进行反思.

解法一: 由已知得 $\frac{1}{2}ac \sin B = \frac{a^2}{3\sin A}$, 即 $\frac{1}{2}c \sin B = \frac{a}{3\sin A}$. 由正弦定理得 $\frac{1}{2} \sin C \sin B = \frac{\sin A}{3\sin A}$, 故 $\sin B \sin C = \frac{2}{3}$.

这种解法中, 引导学生反思: 面积公式选 $\frac{1}{2}bc \sin A$ 或 $\frac{1}{2}ab \sin C$ 可以吗? 是否还有其他解法?

解法二: 由已知得 $\frac{1}{2}ac \sin B = \frac{a^2}{3\sin A}$, 即 $\frac{1}{2}c \sin B = \frac{a}{3\sin A}$. 所以有 $c \sin B \sin A = \frac{2a}{3}$, 由正弦定理有 $c \sin A = a \sin C$.

故 $a \sin C \sin B = \frac{2a}{3}$, 得 $\sin B \sin C = \frac{2}{3}$.

解法三: 由已知得 $\frac{1}{2}ab \sin C = \frac{a^2}{3\sin A}$, 即 $ab \sin C \sin A =$

$$\frac{2a^2}{3}.$$

由正弦定理知 $b \sin A = a \sin B$, 所以 $a^2 \sin B \sin C = \frac{2a^2}{3}$,

$$\text{故 } \sin B \sin C = \frac{2}{3}.$$

解法四: 由已知得 $\frac{1}{2}ac \sin B = \frac{a^2}{3\sin A}$, 即 $\sin B = \frac{2a}{3c \sin A}$.

由正弦定理知 $\sin C = \frac{c \sin A}{a}$, 所以 $\sin B \sin C = \frac{2a}{3c \sin A} \cdot \frac{c \sin A}{a} = \frac{2}{3}$.

以上各种解法的认知水平并不相同, 反映了学生运用正弦定理解决问题的能力. 学生反思一题多解, 能开拓思路, 掌握规律, 在更高层次去总结, 使自己的解题能力更上一层楼.

三、反思解法的特殊性, 培养思维的敏锐性

在实际解题过程中, 若每道题都经过严密的逻辑推理、数学运算, 在一定程度上反而束缚了学生的思维. 特别是选择题, 要引导学生反思是否有特殊的解法, 以培养学生思维的敏锐性.

[例4] 设x, y, z为正数, 且 $2^x = 3^y = 5^z$, 则().

A. $2x < 3y < 5z$ B. $5z < 2x < 3y$

C. $3y < 5z < 2x$ D. $3y < 2x < 5z$

解: 设 $2^x = 3^y = 5^z = k > 0$, 则 $x = \frac{\lg k}{\lg 2}$, $y = \frac{\lg k}{\lg 3}$, $z = \frac{\lg k}{\lg 5}$.
 $2x = \frac{\lg k}{\lg 2}, 3y = \frac{\lg k}{\lg 3}, 5z = \frac{\lg k}{\lg 5}$.

又因为 $\sqrt{2} = \sqrt[4]{8} < \sqrt[3]{3} = \sqrt[4]{9}$, $\sqrt{2} = \sqrt[4]{32} > \sqrt[4]{25}$.

故 $\sqrt[3]{3} > \sqrt{2} > \sqrt[4]{5}$, 所以 $3y < 2x < 5z$. 故选D.

本题命题的意图是考查数学核心素养中的逻辑推理和数学运算能力. 解题后, 教师若能引导学生取特值 $x=1$, 则 $2x=2, 3y=\log_3 8 < 2, 5z=\log_5 32 > 2$, 故 $3y < 2x < 5z$. 不仅能大大提高解题的速度, 还能培养学生思维的敏锐性.

总之, 解题后引导学生对问题进行观察分析, 归纳类比, 抽象概括, 对问题中所蕴含的数学方法、数学思想不断思考, 明白考什么、怎么考, 就能逐步培养学生独立思考、积极探究的习惯.

[参考文献]

- [1] 杜盛伙. 引导解题后的反思, 培养思维能力[J]. 数学学习与研究(教研版), 2009(7): 79-80.
- [2] 杜盛伙. 一道高考题的多种解法[J]. 中学教学参考, 2017(32): 29.

(责任编辑 黄桂坚)